

作业 1 参考答案

人工智能导论课（2023 春季学期）

编辑于 2023/5/23

1. 贝叶斯推理

用 C 表示全球变暖事件， B 表示观察到的 10 年间气温轻微降低事件，则根据题意，可以表达： $P(C) = 0.95, P(B|C) = 0.15, P(B|\neg C) = 0.5$. 所求的后验概率，即，

$$\begin{aligned} P(C|B) &= \frac{P(C, B)}{P(B)} = \frac{P(B|C)P(C)}{P(B|C)P(C) + P(B|\neg C)P(\neg C)} \\ &= \frac{0.95 \cdot 0.15}{0.95 \cdot 0.15 + 0.5 \cdot (1 - 0.95)} \approx 0.85 \end{aligned}$$

2. 概率问题

1)

分布表	表项数量	表项值之和
$P(A, B C)$	8	2
$P(A +b, +c)$	2	1
$P(+a B)$	2	不确定

2)

- 否。
- 否。因为这个表达式假设的是 A 和 C 条件独立于 B 。
- 否。
- 是。因为符合联合事件概率的链式法则。

3. D 分离判断条件独立性

- 1) 是。
- 2) 是。
- 3) 否。

4) 是。

4. 贝叶斯网络推理

1)

$$\begin{aligned}
P(+g, +m, -b, -c) &= P(+g)P(+m|+g)P(-b|+m)P(-c|+m) \\
&= 0.1 \cdot 0.667 \cdot 0.6 \cdot 0.75 \approx 0.03
\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}
P(+g, -m, -b, +c) &= P(+g)P(-m|+g)P(-b|-m)P(+c|-m) \\
&= 0.1 \cdot 0.333 \cdot 0.8 \cdot 0.5 \approx 0.013
\end{aligned}$$

3)

$$P(M) = \sum_G P(G)P(M|G)$$

$P(M, G)$	
+m,+g	$0.1 \cdot 0.667 = 0.0667$
+m,-g	$0.25 \cdot 0.9 = 0.225$
-m,+g	$0.333 \cdot 0.1 = 0.0333$
-m,-g	$0.75 \cdot 0.9 = 0.675$

$P(M)$	
+m	0.2917
-m	0.7083

4)

$$\begin{aligned}
P(G|+b, -c) &= \frac{1}{Z} P(G, +b, -c) \\
P(G, +b, -c) &= P(G)P(+b, -c|G) \\
P(+b, -c|G) &= \sum_M P(M|G)P(+b, -c|M, G) \\
P(+b, -c|M, G) &= P(+b, -c|M) \text{ 条件独立性} \\
&= P(+b|M)P(-c|M) \text{ 条件独立性}
\end{aligned}$$

计算结果如下表所示：

P(+b,-c M)	
+m	0.4*0.75=0.3
-m	0.2*0.5=0.1

P(+b,-c,M G)	
+m,+g	0.667*0.3=0.2001
+m,-g	0.25*0.3=0.075
-m,+g	0.333*0.1=0.0333
-m,-g	0.75*0.1=0.075

P(+b,-c G)	
+g	0.2334
-g	0.15

P(G,+b,-c)	
+g	0.1*0.2334=0.02334
-g	0.9*0.15=0.135

P(G +b,-c)	
+g	0.15
-g	0.85

5. 吉布斯采样

1)

对后验概率分布 $P(S| -w, +r, +c)$ 进行随机采样。

$$\begin{aligned}
 P(S| -w, +r, +c) &= \frac{1}{Z} P(S, -w| +r, +c) \\
 P(S, -w| +r, +c) &= P(S| +c, +r) P(-w|S, +c, +r) \\
 &= P(S| +c) P(-w|S, +r) \text{ 条件独立性}
 \end{aligned}$$

P(S,-w +r,+c)	
+s	0.1*0.01=0.001
-s	0.9*0.1=0.09

P(S -w,+r,+c)	
+s	0.011
-s	0.989

根据上面的分布，随机数 0.235 将落在 $-s$ 的区间，所以， $S = -s$ ，此时的样本为 $+c, -s, +r, -w$ 。

2)

从分布 $P(C|-s, +r, -w)$ 中对变量 C 进行采样。

$$\begin{aligned} P(C|-s, +r, -w) &= P(C|-s, +r) \text{ 条件独立} \\ &= \frac{1}{Z} P(C, +r, -s) \\ P(C, +r, -s) &= P(C, +r)P(-s, |C, +r) \\ &= P(C)P(+r|C)P(-s|C) \text{ 条件独立} \end{aligned}$$

P(C,+r,-s)	
+c	0.5*0.9*0.8=0.36
-c	0.5*0.5*0.2=0.05

P(C +r,-s)	
+c	0.878
-c	0.122

根据上面的分布，随机数 0.625 应该落在 +c 的区间，所以此时 $C = +c$ ，相应的样本值是 $+c, -s, +r, -w$ 。